

|  |                  |                                 |                                  |   |                          |   |                |
|--|------------------|---------------------------------|----------------------------------|---|--------------------------|---|----------------|
| Course number  |                  | U-LAS10 20020 LJ55              |                                  |   |                          |   |                |
| Course title<br>(and course title in English)  |                  | 数理論理学 A<br>Mathematical Logic A |                                  | Instructor's name, job title, and department of affiliation |                          | Graduate School of Human and Environmental Studies<br>Associate Professor, SAKURAGAWA TAKASHI |                |
| Group  | Natural Sciences |                                 | Field(Classification)            |   | Mathematics(Development) |   |                |
| Language of instruction  | Japanese         |                                 | Old group                        | Group B   |                          | Number of credits   | 2              |
| Number of weekly time blocks   | 1                | Class style                     | Lecture<br>(Face-to-face course) |   | Year/semesters           | 2025・First semester   |                |
| Days and periods   | Tue.2            |                                 | Target year                      | Mainly 2nd year students                                    |                          | Eligible students   | For all majors |
| [Overview and purpose of the course]   |                  |                                 |                                  |   |                          |   |                |
| シラバス修正の可能性と連絡事項があります。PandAにあるこの授業のサイトを随時参照してください。  |                  |                                 |                                  |   |                          |   |                |
| 数理論理学は論理を記号化して数学的手法で扱い、数学の基礎や論理構造を研究する分野であり、計算機科学や言語学などにも応用されている。分野としては証明論、モデル論、公理的集合論、計算論に分けられる。記号論理学で扱う様々な論理体系のうち、最も基本的な古典論理（命題論理と一階述語論理）に焦点を絞り、真理値による意味論と公理・推論規則による形式化を解説する。また計算可能な関数を定義し、論理式が真であることの決定可能性について序論的な部分を論じる。証明論とモデル論、計算論の入り口の部分を紹介することとなる。 |                  |                                 |                                  |   |                          |   |                |
| [Course objectives]  |                  |                                 |                                  |   |                          |   |                |
| 命題論理と一階述語論理についての基本的な概念や考え方、計算の数学的な定義の基本を十分に理解するとともに、具体的な論理式の真偽を判定する方法や証明を組み立てる方法を習得する。   |                  |                                 |                                  |   |                          |   |                |
| [Course schedule and contents)]  |                  |                                 |                                  |   |                          |   |                |
| 予定では、以下の各項目について、項目ごとに0.5～2週の講義を行う。授業の最初に前回についての演習問題を解く場合がある。   |                  |                                 |                                  |   |                          |   |                |
| 1. 数理論理学とは何か：問題意識、発展の歴史、関連する分野、参考文献  |                  |                                 |                                  |   |                          |   |                |
| 2. 命題論理の考え方：原子命題と論理結合子、論理式、真理値、論理演算、真理値表   |                  |                                 |                                  |   |                          |   |                |
| 3. 判定するということ：決定可能性、計算可能な関数の定義、計算不可能な関数の存在  |                  |                                 |                                  |   |                          |   |                |
| 4. 命題論理の恒真式、同値な式、さまざまな例  |                  |                                 |                                  |   |                          |   |                |
| 5. 論理式の標準形：論理積標準形と論理和標準形、標準形への同値変形、恒真性や充足可能性との関係   |                  |                                 |                                  |   |                          |   |                |
| 6. 形式化の考え方：形式的推論、公理と推論規則、形式的体系の例、完全性と健全性   |                  |                                 |                                  |   |                          |   |                |
| 7. 命題論理式の決定可能性：決定手続き、SAT問題、NP完全問題  |                  |                                 |                                  |   |                          |   |                |
| 8. シーケント計算による命題論理の形式化：論理式の構成、論理結合子に関する導入と除去の規則<br>形式的推論のさまざまな例   |                  |                                 |                                  |   |                          |   |                |
| 9. 述語論理の考え方：述語、対象変数、量化子、論理式の構成、論理式の意味、数学的主張を論理式に翻訳すること   |                  |                                 |                                  |   |                          |   |                |
| 10. 述語論理の意味論的概念：意味解釈の枠組、恒真式、同値な式、さまざまな例、冠頭標準形、スコレム標準形  |                  |                                 |                                  |   |                          |   |                |
| 11. 述語論理の形式化：量化子に関する推論規則、固有変数条件、形式的推論のさまざまな例   |                  |                                 |                                  |   |                          |   |                |
| 12. 理論の論理的記述：理論とモデル、等号公理、ペアノ算術の公理、論理プログラミング  |                  |                                 |                                  |   |                          |   |                |
| -----  |                  |                                 |                                  |   |                          |   |                |
| Continue to 数理論理学 A (2)  |                  |                                 |                                  |   |                          |   |                |

## 数理論理学 A (2)

13. 述語論理の完全性定理：健全性と完全性，完全性定理のさまざまな定式化，完全性定理の証明
14. 述語論理の決定可能性
15. フィードバック

### [Course requirements]

「数理論理学 B」と対をなす講義であり、連続して履修することを希望する。予備知識として 1 回生で学ぶ程度の数学の知識と素養を前提とするが、それに加えて、記号を用いる抽象的思考法や数学における定理証明の考え方を身につけていることが望ましい。演習問題を解いて練習しないとテストの問題を解けるようにならない場合が多い。入試のために多項式や微積分の練習問題を解く経験が必要なと同様である。そのため練習問題を多数提供する。それらにある程度こなす必要がある。

### [Evaluation methods and policy]

平常点（レポートや中間試験など）と学期末試験によって評価する。  
詳細は初回授業にて説明する。

### [Textbooks]

Not used

授業で数十ページ分の資料を配布する。

### [References, etc.]

（References, etc.）

高崎 金久 『学んでみよう! 記号論理』（日本評論社）ISBN:4535787603

小野寛晰 『情報科学における論理』（日本評論社1994）ISBN:4535608148

鹿島亮 『数理論理学』（朝倉書店2009）ISBN:9784254117653

（Related URL）

<http://www.stdio.h.kyoto-u.ac.jp/~sakura/logic/>((予定))

### [Study outside of class (preparation and review)]

特に必要と思われる部分について指示するので、前回の授業内容について復習を行うこと。

### [Other information (office hours, etc.)]

全学共通科目「プログラミング演習(LISP)」では、命題論理の標準形を求めるプログラムの作成を課題の一つとして提出している。

### [Essential courses]