科目ナンバリング	U-LAS10 20020 LJ55				
授業科目名 <英訳>	数理論理学A Mathematical Logic A			担当者所属 職名・氏名	数理解析研究所 准教授　照井　一成
群	自然科学科目群	分野(分類)	数学(発展)	使用言語	日本語
旧群	B群	単位数	2単位	週コマ数	1コマ	授業形態	講義（対面授業科目）
開講年度・ 開講期	2026・前期	曜時限	火2	配当学年	主として2回生	対象学生	全学向

[授業の概要・目的]

数理論理学とは、狭義では「推論の正しさ」について研究する分野です。しかし現代ではより広範に、数学基礎論（集合論、モデル論、証明論、計算論）やコンピュータ科学基礎論（計算複雑性、プログラミング言語理論、形式検証、自動定理証明・証明アシスタント等）と密接に結びついています。本講義では数理論理学の基本事項について初歩から解説し、コンピュータ科学への応用を紹介します。

具体的には、講義前半で古典命題論理とその応用について学びます。たとえば「どんな地図も４色あれば塗り分けられる」という四色定理がありますが、有限地図についてこの定理が成り立つことから無限地図についても成り立つことを説明できますか？この問題に関わるのが命題論理のコンパクト性です。また命題論理のSATソルバーを用いれば、どんなNP問題についても（原理上は）解法アルゴリズムが得られます。この事実が計算複雑性理論におけるNP完全性の基礎となります。これらの事柄について学ぶのが前半の目標です。

講義後半では、古典一階述語論理について学びます。一階述語論理を用いれば、多くの公理系（たとえば群・環・体、ベクトル空間、ZFC集合論、ペアノ算術）について厳密に論じることができます。その基礎となるのは証明論と意味論の間で成立する完全性定理です。また一階述語論理上で自動定理証明システムを構築するには、スコーレム化や単一化アルゴリズム、推件計算といった技法が関わってきます。これらの事項について学ぶのが後半の目標です。

[到達目標]

・命題論理のコンパクト性とその応用について理解する。また、SATソルバーの基礎を学び、さまざまな問題をSATソルバーを用いて解決する方法を概観する。

・一階述語論理の証明論と意味論を学び、完全性定理とその応用について概観する。また、自動定理証明の基礎理論についても概観する。

[授業計画と内容]

以下の各項目について【 】で示した週回数を充てて講義します。項目内の各学習事項に対しては、受講者の理解度に応じて適宜時間配分します。

（1）命題論理【7回】
集合論の初歩、命題論理の構文論、妥当性と充足可能性、コンパクト性とその応用、SATソルバーの基礎、NP完全性とP=NP問題のあらまし

（2）一階述語論理【7回】
述語論理の構文論、さまざまな理論の公理化、自然演繹系、モデル理論の初歩、完全性定理、自動定理証明の概観

（3）フィードバック【1回】

数理論理学A(2)へ続く↓↓↓

数理論理学Ａ(2)

[履修要件]

「数理論理学B」と対をなす講義ですので、連続して履修することを強く推奨します。とくに数学基礎論の土台となる不完全性定理やコンピュータ科学の土台となる決定不能性については「B]で取り扱われる予定なので、両者を合わせて初めてバランスのとれた理解が得られます。予備知識としては、「集合と位相」の初歩の初歩（たとえば直積集合・べき集合・関数とは何かについて理解できていますか？）および数学的帰納法については慣れていることが望ましいです。論理学では文字列（たとえば多項式表現）を意味（たとえば多項式関数）と分けて考えますので、その点プログラミングの経験があると理解に役立ちますが、必須ではありません。技術的には「数字をほとんど使わないけど数学」です。したがって微積や線形代数の詳細は必要ありませんが、定義・定理・証明の繰り返しについていけるだけの論理的思考能力と忍耐力は必須です。

[成績評価の方法・観点]

２～４回の小レポートにより評価する予定です。各レポートでは数問の計算問題や証明問題を解いてもらう予定です。

[教科書]

使用しない
講義はスライドを用いて進めます。スライドは講義直前に配布します。

[参考書等]

（参考書）
授業中に紹介する

[授業外学修（予習・復習）等]

小レポートの他にも、簡単な演習問題を出すことがあります。講義を理解するためには、これらの演習問題を講義外で解いてもらうことが必須になります。

[その他（オフィスアワー等）]

講義室の収容人数の都合上、履修制限を行う可能性があります。講義中や講義後の質問を歓迎します。オフィスアワーは設けませんが、必要に応じて相談してください。また最後のフィードバック回では自由に質問できる機会を設ける予定です。

[主要授業科目（学部・学科名）]

総合人間学部